



Die Kreisbewegung

Gesetze der gleichförmigen Kreisbewegung

Ein punktförmiger Körper bewege sich gleichförmig ($|\vec{v}| = \text{const.}$) auf einer Kreisbahn mit Radius r .

Das Bogenmaß (kurze Auffrischung)

Die Länge b des zu einem Winkel φ gehörenden Kreisbogens im Einheitskreis (= Kreis mit Radius $r=1$).

Umfang des Einheitskreises ($\varphi = 360^\circ$): $u = 2\pi$.

Im Bogenmaß ist somit $\varphi = 2\pi$

φ in Grad ($^\circ$)	360°	180°	90°	$\approx 57^\circ$	1°
φ in Bogenmaß	2π	π	$\frac{\pi}{2}$	1	$\approx 0,0175$

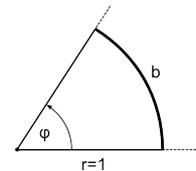


Abb 1: Bogenmaß

Umrechnung: $\varphi_{\text{Bogenmaß}} = \frac{\varphi_{\text{Grad}}}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{\varphi_{\text{Grad}}}{180^\circ} \cdot \pi$, oder $1^\circ = \frac{\pi}{180}$

Bsp.: $\varphi = 30^\circ = 30 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$

Bemerkung:

Für Rechnungen mit Winkel in Bogenmaß: den Taschenrechner auf RAD umstellen.

Wichtige Begriffe

Umlaufdauer T

Zeit für einen Umlauf

Frequenz f

$$f = \frac{\text{Zahl der Umläufe } (k)}{\text{benötigte Zeit } (t)}; \quad f = \frac{k}{t}$$

Für einen Umlauf ist $k=1$ und $t=T \Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{T}}$

Einheit: $[f] = \frac{1}{s} = 1 \text{ Hz (Herz)}$

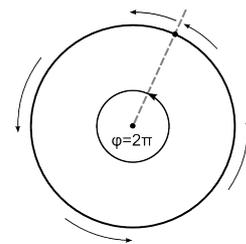


Abb 2: Umlaufzeit T

Drehwinkel $\varphi(t)$

Winkel zwischen den Ortsvektoren $\vec{r}(t)$ und $\vec{r}(0)$

Drehsinn von $\varphi(t)$: gegen den Uhrzeigersinn

$\varphi(t)$ wird in Bogenmaß angegeben

Winkelgeschwindigkeit ω (Sprich: Omega; Kein „w“)

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad \text{Einheit: } [\omega] = \frac{1}{s}$$

$$\omega = \frac{\text{Winkel}}{\text{Zeit}} \quad \text{analog zur „normalen“ Geschwindigkeit } v = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

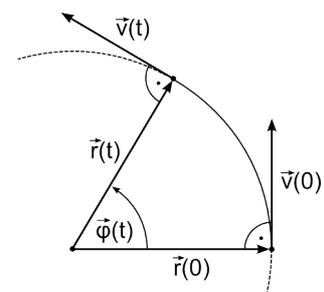


Abb 3: Drehwinkel



Für einen Umlauf: $\varphi = 2\pi$; $t = T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Für den Winkel φ ist der zugehörige Kreisbogen $s = r \cdot \varphi$

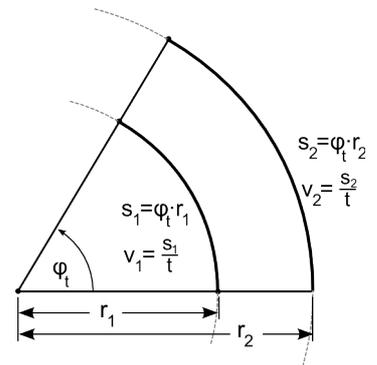
Beachte: Die Winkelgeschwindigkeit ist unabhängig vom Radius, die Bahngeschwindigkeit hingegen sehr wohl.

Für den Betrag der Geschwindigkeit \vec{v} gilt dann: $v = \frac{s}{t} = \frac{r \cdot \varphi}{t} = r \cdot \frac{\varphi}{t}$

$\Rightarrow v = r \cdot \omega$ und $s = r \cdot \omega \cdot t$

Bemerkungen zur gleichförmigen Kreisbewegung:

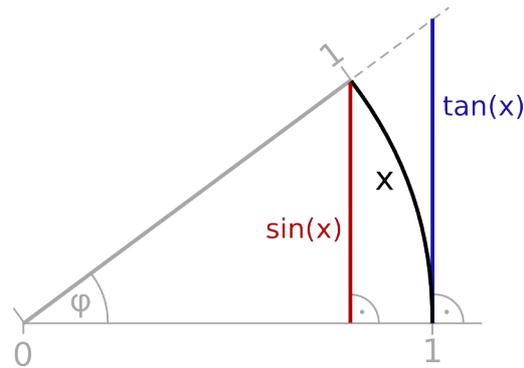
- $\omega = \text{const.}$
- $v \sim r$
- $\omega > 0$: Drehung gegen Uhrzeigersinn.
- $\omega < 0$: Drehung im Uhrzeigersinn.
- Geschwindigkeitsvektor \perp Ortsvektor \Rightarrow Beschleunigung





Beachte:

Für kleine Winkel x in Bogenmaß gilt: $\sin(x) \approx x$ und $\tan(x) \approx x$



Relativer Fehler für sin(x):

Grad	Bogenmaß	Relativer Fehler
42,91377353823061°	0,7489866426973407	10%
13,9857104563372°	0,2440966956936828	1%
10°	0,174532925199433	0,5095057975210231%
4,436559577511819°	0,0774325720884698	0,1%
1,403405124231378°	0,0244940401571976	0,01%
1°	0,0174532925199433	0,005077137430691999%
0,4438096463931049°	0,007745939581671457	0,001%
0,1403453750956234°	0,00244948885365079	0,0001%
0,1°	0,00174532925199433	0,00005076958800933836%
0,0443811184055106°	0,0007745966418936159	0,00001%

Relativer Fehler für tan(x)

Grad	Bogenmaß	Relativer Fehler
31,07040604496311°	0,5422808854161555	10%
10°	0,174532925199433	1,017459439175833%
9,914002583500393°	0,1730319871333059	1%
3,137905287183066°	0,05476677887708272	0,1%
1°	0,0174532925199433	0,0101541202028112%
0,9923820879024344°	0,01732033487171327	0,01%
0,3138215950703346°	0,005477220097837745	0,001%
0,1°	0,00174532925199433	0,00010153916055210503%
0,09923919125066447°	0,001732050634340444	0,0001%
0,03138219057081357°	0,0005477225519490156	0,00001%