Name:

FOS BOS

Halbjahr I: 1. Schulaufgabe aus der Mathematik: Lösungen

Datum:	2018-12-03	**Zeit:**	67 min.
Zugelassene Hilfsmittel:	Formelsammlung, Taschenrechner	**Klasse:**	BWVu

Algebra & Analysis

BE

1 Faktorisieren Sie soweit wie möglich: / 3

a) $x^2-4x-4 = x^2-4x-4$, da kein Binom!

b) $2x^2-10x+12{,}5 = 2\left(x^2-5x+6{,}25\right) = \mathbf{2(x-2{,}5)^2}$

2 Fassen Sie zusammen, faktorisieren und kürzen Sie so weit wie möglich (die Variablen sind jeweils in der maximalen Definitionsmenge $\subseteq \mathbb{R}$). / 9

a) $\dfrac{x^2\cdot y^2}{2x\cdot y^3} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{2y}}$

b) $\dfrac{3k-12kr}{3k} = \dfrac{3k(1-4r)}{3k} = \mathbf{1-4}\boldsymbol{r}$

c) $\dfrac{3x+2}{2x} - \dfrac{x+2}{2x} = \dfrac{3x+2-(x+2)}{2x} = \dfrac{3x+2-x-2}{2x} = \dfrac{2x}{2x} = \mathbf{1}$

d) $\dfrac{1}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}+\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}+\dfrac{ab}{a-b} = \dfrac{1}{\frac{b-a}{ab}}+\dfrac{b-a}{ab}-\dfrac{ab}{b-a} = \dfrac{ab}{b-a}+\dfrac{b-a}{ab}-\dfrac{ab}{b-a} = \dfrac{\boldsymbol{b-a}}{\boldsymbol{ab}}$

3 Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge L der Gleichung in der Variablen $x \in \mathbb{R}$. / 10

a) $-2x+3=2 \overset{|+2x\ |2}{\Leftrightarrow} 2x=1 \overset{|:2}{\Leftrightarrow} x=0{,}5 \Rightarrow \boldsymbol{L}=\{\mathbf{0{,}5}\}$

b) $2(x+1)-x=4+x \Leftrightarrow 2x+2-x=4+x \Leftrightarrow x+2=4+x \overset{|-x\ |-2}{\Leftrightarrow} 0=2 \Rightarrow \boldsymbol{L}=\{\}$

c) $\dfrac{x-9}{x-5} = 2-\dfrac{x-5}{x-7}$

Geben Sie zusätzlich die maximale Definitionsmenge $D \subseteq \mathbb{R}$ an.

$$
\begin{aligned}
& \frac{x-9}{x-5} = 2-\frac{x-5}{x-7} && |\cdot(x-5)(x-7)\\
\Leftrightarrow\ & (x-9)(x-7) = 2(x-5)(x-7)-(x-5)^2 &&\\
\Leftrightarrow\ & x^2-16x+63 = 2x^2-24x+70-x^2+10x-25 &&\\
\Leftrightarrow\ & x^2-16x+63 = x^2-14x+45 && |-x^2\ |+16x\ |-45\\
\Leftrightarrow\ & 18 = 2x && |:2\\
\Leftrightarrow\ & x=9 \Rightarrow \boldsymbol{L}=\{\mathbf{9}\},\quad \boldsymbol{D}=\mathbb{R}\setminus\{\mathbf{5},\mathbf{7}\}
\end{aligned}
$$

$\sum$ Analysis & Algebra / 22

Stochastik

4 In einem Experiment wird versucht einem wasserscheuen Kind mit einer neuen Methode das Schwimmen beizubringen. Nach 2 Monaten wird geprüft, ob es schwimmen kann (S), oder nicht (N).
Handelt es sich um ein Zufallsexperiment? Begründen Sie kurz Ihre Antwort! / 1

Lösung:

Kein Zufallsexperiment, da das Kind nach 2 Monaten schon etwas gelernt hat. Das Experiment kann also nicht wiederholt werden.

---

5 Ein Zufallesexperiment besteht aus zweimaligem Werfen einer Münze, wobei bei jedem Wurf festgestellt wird, ob Wappen (W) oder Zahl (Z) eingetreten ist. Geben Sie den **Ereignis**raum in aufzählender Mengenschreibweise an. / 1

Lösung:

$\Omega = \{WW, WZ, ZW, ZZ\}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \wp(\Omega) = \{ \; & \{\}, \\ & \{WW\}, \{WZ\}, \{ZW\}, \{ZZ\}, \\ & \{WW, WZ\}, \{WW, ZW\}, \{WW, ZZ\}, \{WZ, ZW\}, \{WZ, ZZ\}, \{ZW, ZZ\}, \\ & \{WW, WZ, ZW\}, \{WW, WZ, ZZ\}, \{WW, ZW, ZZ\}, \{WZ, ZW, ZZ\}, \\ & \Omega \}\end{aligned}$$

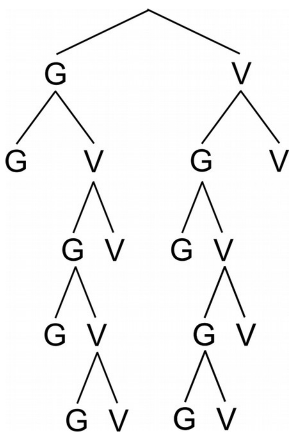
---

6 Zwei Kinder spielen „Schere, Stein, Papier“ (es gibt also kein Unentschieden). Sie vereinbaren, dass das jenige Kind den Müll nach unten trägt, das entweder zwei Spiele hintereinander, oder insgesamt drei Spiele gewinnt.
Ermitteln Sie anhand eines vollständigen Baumdiagramms einen geeigneten Ergebnisraum. / 4

Lösung:

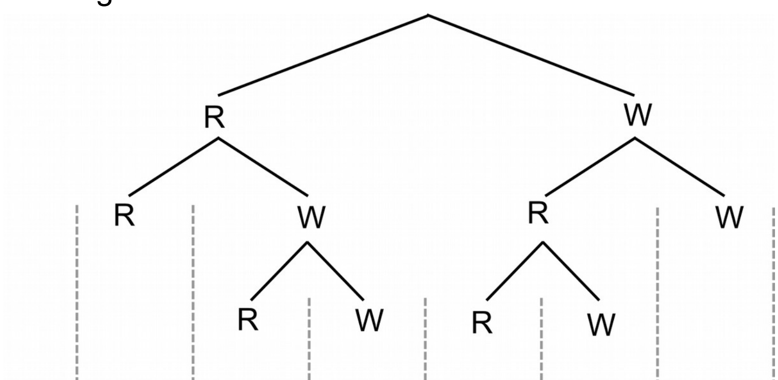
Kind 1 gewinnt: G, Kind 2 gewinnt: V

$$\begin{aligned}\Rightarrow \; \Omega = \{ \; & GG;\, GVGG;\, GVGVG;\, GVGVV; \\ & VV;\, VGVV;\, VGVGV;\, VGVGG \; \}\end{aligned}$$



---

7 Für ein Urnenexperiment mit roten (R) und weißen (W) Kugeln ergibt sich folgendes Baumdiagramm: /8



ω	RR	RWR	RWW	WRR	WRW	WW

➔ Geben sie folgende Ereignisse als Teilmengen von Ω in **aufzählend**er Schreibweise an:

- A : „Unter den gezogenen Kugeln befinden sich 2 weiße“
- B : „Es wurden genau 3 Kugeln gezogen“

➔ Formulieren Sie folgende Ereignisse in **Worten** (nicht aufzählend!):

- $C \coloneqq \{WRR;\ RWR;\ RR\}$
- $D \coloneqq \overline{A} \cap B$

➔ Zeigen oder widerlegen Sie die Unvereinbarkeit der Ereignisse:

- A und $\overline{B}$.

➔ Geben Sie folgende Ereignisse in möglichst kurzer Form mit Hilfe von A und/oder B ausgedrückt an:

- $E \coloneqq$ „Mindestens eines der Ereignisse A oder B tritt ein“
- $G \coloneqq \left(\overline{\overline{A}\cap B}\right) \cap \left(\overline{A\setminus B}\right)$

Lösung:

		B	$\overline{B}$	
	A	RWW, WRW	WW	RWW, WRW, WW
	$\overline{A}$	RWR, WRR	RR	RWR, WRR, RR
		RWR, RWW, WRR, WRW	WW, RR	RR, RWR, RWW, WRR, WRW, WW

$\boldsymbol{A = \{RWW,\ WRW,\ WW\}}$
$\boldsymbol{B = \{RWR,\ RWW,\ WRR,\ WRW\}}$

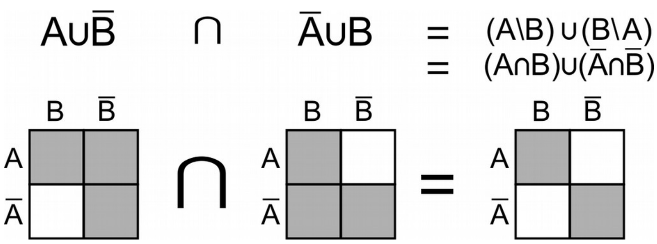
C = “Die letzte gezogene Kugel ist eine Rote“ = „Unter den gezogenen Kugeln befinden sich genau zwei Rote“.

D = “Unter den gezogenen Kugeln befinden sich genau eine Weiße“.

Mit obiger Tabelle gilt: $A\cap\overline{B} = \{WW\} \neq \{\}\ \Rightarrow A$ und $\overline{B}$ sind **vereinbar**.

$\boldsymbol{E = A \cup B}$

$\boldsymbol{G} = \left(\overline{\overline{A}\cap B}\right) \cap \left(\overline{A\setminus B}\right) = \left(A\cup\overline{B}\right) \cap \left(\overline{A\cap\overline{B}}\right) = \left(A\cup\overline{B}\right) \cap \left(\overline{A}\cup B\right) \boldsymbol{= (A\setminus B)\cup(B\setminus A)}$



$\sum$ Stochastik	/ 14
Form & Ausdruck	/ 1
$\sum$ **Gesamt**	**/ 37**