



Rechenregeln

In \mathbb{R} gelten folgende Rechenregeln:

Klammern werden **zuerst** berechnet

Potenzrechnung vor Punktrechnung

Multiplikation (Division) vor Addition (Subtraktion)
„**Punkt vor Strich**“

Beispiele

$$(5+3) \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$$

$$5 \cdot 2^4 = 5 \cdot 16 = 80$$

$$5 + 2 \cdot 3 = 5 + 6 = 11$$

Reihenfolge: Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich

Ist eine Term Summe oder Produkt?

Nach obigen Regeln der Reihe nach ausrechnen.

Letzte Rechnung ist $+/-$ \Rightarrow Term ist Summe

Letzte Rechnung ist $\cdot /$ \Rightarrow Term ist Produkt

Beachte: $3\frac{1}{4}$ bedeutet $3 \cdot \frac{1}{4}$ **nicht** $3 + \frac{1}{4}$. Diese Schreibweise ist ab sofort ein Fehler!

Beachte: $3 - 4$ ist eine Abkürzung für $3 + (-4)$

Beachte: Es folgen **nie** zwei Rechenzeichen wie „ \cdot “, „ $:$ “, „ $+$ “ oder „ $-$ “ **unmittelbar** aufeinander.

Bsp.: $3 \cdot -4$ ist ein Fehler! Es muss $3 \cdot (-4)$ heissen. $-3 \cdot 4$ ist aber richtig.

Bsp.: $3 - -4$ ist ein Fehler! Es muss $3 - (-4)$ heissen.

Addition

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

$$a+b=b+a$$

$$a+0 = 0+a = a$$

$$a+(-a) = (-a)+a = 0$$

$$a - b \text{ ist Abkürzung für } a + (-b)$$

$$-(-a)=a$$

$$-(a+b)=(-a)+(-b)=-a-b$$

Multiplikation

Assoziativgesetz (Klammergesetz)

$$a(bc)=(ab)c$$

Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz)

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Neutrales- und Inverses Element

$$1 \cdot a = a \cdot 1 = a$$

$$a \cdot a^{-1} = 1$$

Für $a \neq 0$ sind

$:a$ oder $\frac{1}{a}$ nur andere Schreibweisen für a^{-1}

$$\text{Also: } a : b = a \cdot (:b) = a \cdot \frac{1}{b} = \frac{a}{b} = a b^{-1}, \quad \text{z.B.: } \frac{a}{a} = 1$$

$$(a^{-1})^{-1} = a, \quad \text{Somit auch } \frac{1}{\frac{1}{a}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-1} = \frac{a}{1} = a; \quad a \neq 0$$

$$(ab)^{-1} = a^{-1} b^{-1}$$

Potenzgesetze



$$\underbrace{a+a+a+\dots+a}_{n \text{ Summanden}} = na$$

$$0 \cdot a = 0$$

$$ma + na = (m+n)a$$

$$m(na) = (mn)a$$

$$-a - b = (-a) + (-b) = -(a+b)$$

somit auch:

$$-a + b = -(a-b) = b-a$$

$$a - b = -(-a+b) = -(b-a)$$

$$a + b = -(-a-b)$$

Merkregel: „minus · minus = plus,“

$$-(a_1 + \dots + a_n) = (-a_1) + \dots + (-a_n) = -a_1 - \dots - a_n$$

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} = a^n$$

$$a^0 = 1$$

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$(ab)^{-1} = b^{-1} a^{-1}$$

$$(a_1 \cdot \dots \cdot a_n)^{-1} = a_1^{-1} \cdot \dots \cdot a_n^{-1} \Rightarrow (a^{-1})^n = (a^n)^{-1}$$

$$\sqrt[n]{a} := a^{\frac{1}{n}} \text{ insbesondere } \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\frac{b^m}{a^n} = \frac{a^{-n}}{b^{-m}}$$

Addition und Multiplikation zusammen

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

$$a(-b) = (-a)b = -ab$$

$$(-a)(-b) = ab$$

$$(-1)a = 1(-a) = -a$$

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n & , \text{ falls } n \text{ gerade} \\ -a^n & , \text{ falls } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } n \text{ gerade} \\ -1 & , \text{ falls } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$a(b+c) = ab+ac \quad (\text{Distributivgesetz})$$

Bruchrechenregeln

Für alle $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $b, d \neq 0$ gilt

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

Brüche werden addiert, in dem man sie auf den gleichen Nenner bringt (am besten Kleinstes gemeinsames Vielfaches KgV) und dann die Zähler addiert und den Nenner beibehält.

Brüche mit gleichem Nenner heißen *gleichnamige* Brüche, Brüche mit verschiedenen Nennern *ungleichnamige* Brüche.

$$\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$$

→ Erweitern

← Kürzen

$$\left(\frac{b}{d}\right)^{-1} = \frac{d}{b}$$

Kehrbruch

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}; c \neq 0$$

Zwei Brüche werden dividiert, in dem man den Bruch des Zählers mit dem Kehrbruch des Nenners multipliziert.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$