Rechenregeln

In ℝ gelten folgende Rechenregeln:

	Beispiele
Klammern werden **zuerst** berechnet	$(5+3)\cdot 2=8\cdot 2=16$
Potenzrechnung **vor Punkt**rechnung	$5\cdot 2^4=5\cdot 16=80$
Multiplikation (Division) vor Addition (Subtraktion) „**Punkt vor Strich**“	$5+2\cdot 3=5+6=11$

Reihenfolge: Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich

Ist eine Term Summe oder Produkt?

Nach obigen Regeln der Reihe nach ausrechnen.

Letzte Rechung ist $+/-$ ⇒ Term ist Summe

Letzte Rechung ist $\cdot/:$ ⇒ Term ist Produkt

Beachte: $3\frac{1}{4}$ bedeutet $3\cdot\frac{1}{4}$ **nicht** $3+\frac{1}{4}$. (Merke: $3\frac{1}{4}=3{,}25$ wird ab sofort als unkorrekt bewertet!)

Beachte: $3-4$ ist eine Abkürzung für $3+(-4)$

Beachte: Es folgen **nie** zwei Rechenzeichen wie „$\cdot$“, „$:$“, „$+$“ oder „$-$“ **unmittelbar** aufeinander.
Bsp.: $3\cdot -4$ ist unkorrekt! Es muss $3\cdot(-4)$ heißen. $-3\cdot 4$ ist aber richig.
Bsp.: $3--4$ ist unkorrekt! Es muss $3-(-4)$ heißen.

Addition	Multiplikation
Assoziativgesetz (Klammergesetz)	
$(a+b)+c=a+(b+c)$	$a(bc)=(ab)c$
Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz)	
$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
Neutrales- und Inverses Element	
$a+0\ =\ 0+a\ =\ a$	$1\cdot a\ =\ a\cdot 1\ =\ a$
$a+(-a)\ =\ (-a)+a\ =\ 0$	$a\cdot a^{-1}=1$
$a-b$ ist Abkürzung für $a+(-b)$	Für $a\neq 0$ sind $:a$ oder $\frac{1}{a}$ nur andere Schreibweisen für a^{-1} Also: $a:b=a\cdot(:b)=a\cdot\frac{1}{b}=\frac{a}{b}=a\,b^{-1}$, z.B.: $\frac{a}{a}=1$
$-(-a)=a$	$\left(a^{-1}\right)^{-1}=a$, Somit auch $\frac{1}{\frac{1}{a}}=\left(\frac{1}{a}\right)^{-1}=\frac{a}{1}=a;\quad a\neq 0$
$-(a+b)=(-a)+(-b)=-a-b$	$(ab)^{-1}=a^{-1}b^{-1}$

$\underbrace{a+a+a+\ldots+a}_{n\ Summanden}=na$

$0\cdot a=0$

$ma+na=(m+n)a$

$m(na)=(mn)a$

$-a-b \;=\; (-a)+(-b) \;=\; -(a+b)$

somit auch:

$-a+b \;=\; -(a-b) \;=\; b-a$

$a-b \;=\; -(-a+b) \;=\; -(b-a)$

$a+b \;=\; -(-a-b)$

Merkregel: „$\mathrm{minus}\cdot\mathrm{minus}=\mathrm{plus}$„

$-(a_1+\ldots+a_n)=(-a_1)+\ldots+(-a_n)=-a_1-\ldots-a_n$

Potenzgesetze

$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\ Faktoren}=a^n$

$a^0 := 1$

$a^n a^m=a^{n+m}$

$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$

$(ab)^{-1}=b^{-1}a^{-1}$

$(a_1\cdots a_n)^{-1}=a_1^{-1}\cdots a_n^{-1} \quad \Rightarrow \quad (a^{-1})^n=(a^n)^{-1}$

$\sqrt[n]{a} := a^{\frac{1}{n}}$ insbesondere $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$\frac{b^m}{a^n} = \frac{a^{-n}}{b^{-m}}$

Addition und Multiplikation zusammen

$a\cdot 0=0\cdot a=0$

$a(-b)=(-a)b=-ab$

$(-a)(-b)=ab$

$(-1)a=1(-a)=-a$

$(-a)^n=\begin{Bmatrix} a^n & \text{, falls n gerade} \\ -a^n & \text{, falls n ungerade}\end{Bmatrix}$

$(-1)^n=\begin{Bmatrix} 1 & \text{, falls n gerade} \\ -1 & \text{, falls n ungerade}\end{Bmatrix}$

$a(b+c)=ab+ac$ (Distributivgesetz)

Bruchrechnenregeln

Für alle $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $b, d \neq 0$ gilt

$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$

Brüche werden addiert, in dem man sie auf den gleichen Nenner bringt (am besten Kleinstes gemeinsames Vielfaches KgV) und dann die Zähler addiert und den Nenner beibehält.
Brüche mit gleichem Nenner heißen *gleichnamige* Brüche,
Brüche mit verschiedenen Nennern *ungleichnamige* Brüche.

$\frac{a}{b}=\frac{ad}{bd}$

→ Erweitern
← Kürzen

$\left(\frac{b}{d}\right)^{-1}=\frac{d}{b}$

Kehrbruch

$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a\cdot b}{c\cdot d} \quad ; c\neq 0$

Zwei Brüche werden dividiert, in dem man den Bruch des Zählers mit dem Kehrbruch des Nenners multipliziert.
Der Zähler des unteren Bruchs wird zum Nenner des oberen Bruchs multipliziert,
Der Nenner des unteren Bruchs wird zum Zähler des oberen Bruchs multipliziert,

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \;\Leftrightarrow\; ad=bc$

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \;\Leftrightarrow\; \frac{b}{a}=\frac{d}{c};\; a\neq 0 \wedge c\neq 0$