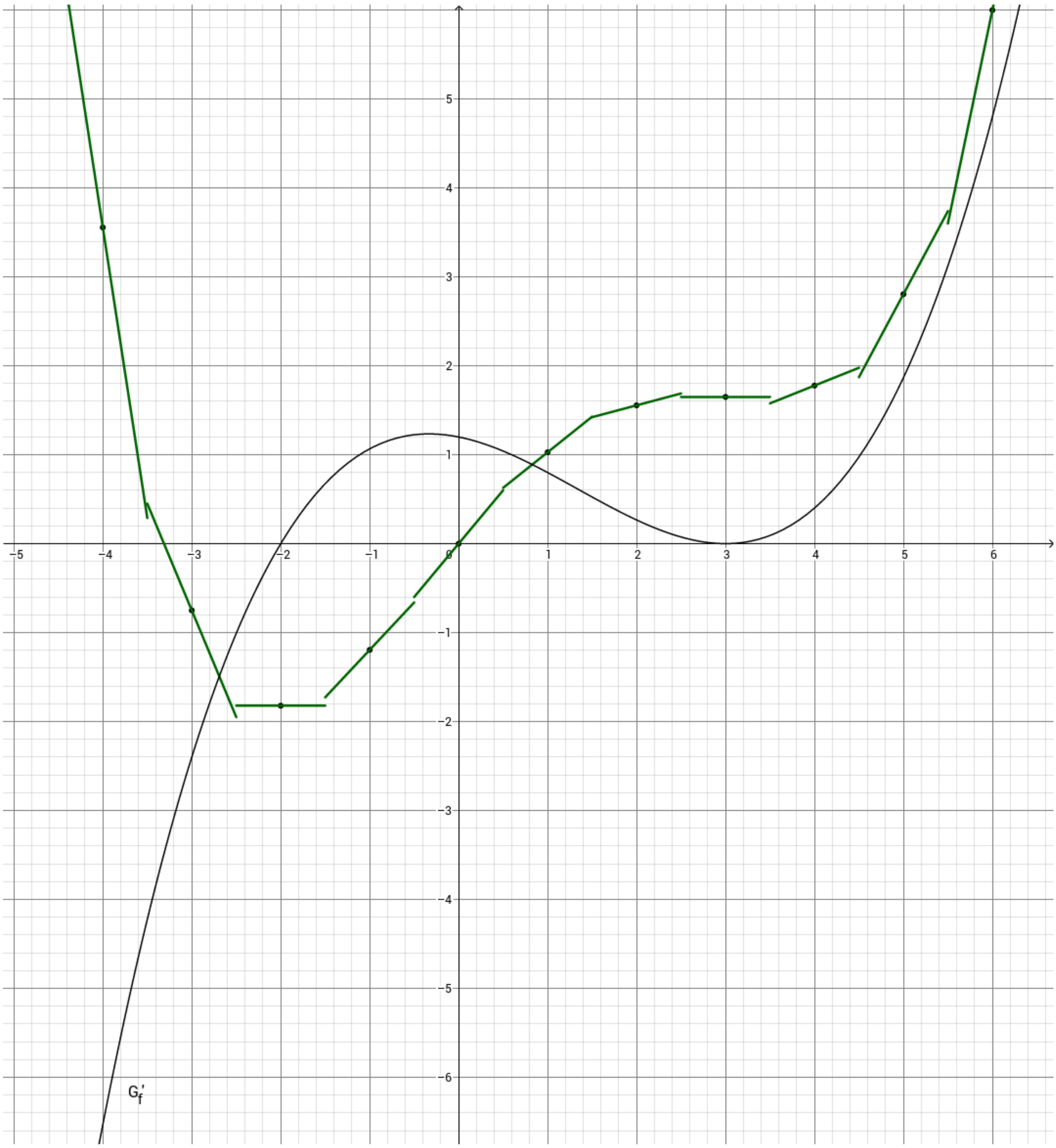
Tangentengleichung: Lösungsvorschlag

1.0 Untenstehend ist der Graph $G_{f'}$ der ersten Ableitung f' einer Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto f(x)$ eingezeichnet.
Die einzelnen Punkte liegen auf dem Graphen G_f der Funktion f.



1.1 Bestimmen Sie ohne weitere Rechnung: Lage und Art aller Extremstellen, die Lage möglicher Terrassenstellen sowie die maximalen Monotonieintervalle von f.

Lösung:
2 ist einfache Nullstelle von f' mit Vorzeichenwechsel von $- \to +$, also Minimalstelle von f. 3 ist zweifache Nullstelle von f' ohne Vorzeichenwechsel und somit Terrassenstelle von f.

1.2 Ermitteln Sie aus der Zeichung für jeden der Punkte $P_i(x_i \mid y_i)$ den Term $t_i(x)$ der zugehörigen Tagente an den Graphen von f und zeichnen Sie jeweils die Tangente im Intervall $[x_i-0{,}5\ ;\ x_i+0{,}5]$ (also vom Punkt aus $0{,}5$ nach links und $0{,}5$ nach rechts).
Lösung: siehe oben.

1.3 Bestimmen Sie die Koordinaten der Extrempunkte, sowie die maximalen Monotonie-intervalle der durch $f(x)=\frac{1}{60}x^4-\frac{4}{45}x^3-\frac{1}{10}x^2+\frac{6}{5}x$ gegebenen Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$.

Lösung:
$f'(x)=\frac{1}{15}x^3-\frac{4}{15}x^2-\frac{1}{5}x+\frac{6}{5}=\frac{1}{15}(x^3-4x^2-3x+18)$;
Mit TR: $f'(-2)=0$ und $f'(3)=0$
Hornerschema:

	x^3	x^2	x^1	x^0	Rest
	1	-4	-3	18	
$x=-2$		1	-6	9	0
$x=3$			1	-3	0

$\Rightarrow\ f'(x)=\frac{1}{15}(x+2)(x-3)(x-3)=\frac{1}{15}(x+2)(x-3)^2\ \Rightarrow\ x_1 \coloneqq -2$ ist einfache NST von f' mVzw, also Extermstelle von f und $x_2 \coloneqq 3$ ist zweifache NST von f' oVzw, also Terrassenstelle.

Vorzeichentabelle von $f'(x)$: Testwert $f'(0)=\frac{18}{15}>0$

x		mVzw -2	TW 0	oVzw 3	
VZ von $f'(x)$	–	0	+	0	–
	╲	TIP	╱	TEP	╱

Maximale Monotonieintervalle: f sma in $]-\infty;-2]$ und smz in $[-2;\infty[$.