Kurvendiskussion gebrochen rationaler Funktionen: Zählergrad > Nennergrad

1 Gegeben ist die Funktion $f_a : D \to \mathbb{R},\ x \mapsto \frac{4a^2-7}{x-2} + a^2 x + 2a^2 - 4$, mit dem Parameter $a \in \mathbb{R}$ und der maximalen Definitionsmenge $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

1.1 Berechnen Sie die Nullstellen von f_a in Abhängigkeit von a und untersuchen Sie den Graphen von f_a auf Symmetrie.

1.2 Ermitteln Sie die Art der Definitionslücke in Abhängigkeit von a.

Setzen Sie für alle weiteren Teilaufgaben $a = \frac{4}{3}$.

Für die Funktion $f_{\frac{4}{3}}$ erhält man den Funktionsterm $f_{\frac{4}{3}} = \frac{16x^2 - 36x + 9}{9(x-2)}$.

1.3 Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion $f_{\frac{4}{3}}$ an den Grenzen ihres Definitionsbereiches, geben Sie mit Begründung Art und Gleichungen der Asymptoten an sowie die Nullstellen:

1.3.1 Ermitteln Sie Art und Koordinaten der Extremalpunkte des Graphen von $f_{\frac{4}{3}}$, sowie die maximalen Monotonieintervalle:

$$\left[\text{Mögliches Teilergebnis}: f_{\frac{4}{3}}'(x) = \frac{16x^2 - 64x + 63}{9(x-2)^2} \right]$$

1.3.2 Bestimmen Sie die Wertemenge W

1.3.3 Bestimmen Sie ob $G_{f_{\frac{4}{3}}}$ einen Wendepunkt besitzt und ermitteln Sie die maximalen Krümmungsintervalle von $G_{f_{\frac{4}{3}}}$.

1.3.4 Zeichnen Sie unter Verwendung schon bekannter Ergebnisse und geeigneter Funktions-Werte den Graph der Funktion $f_{\frac{4}{3}}$ zusammen mit seinen Asymptoten im Intervall $-1 \leq x \leq 4$ in ein kartesisches Koordinatensystem. (Maßstab: $1\ \text{LE} = 1\,cm$)